数　学

22—日 数 学

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，**4** ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は**50**分で，終わりは**午前11時00**分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答はすべて解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号をつけたままで表しなさい。**

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\dfrac{(7-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})-\sqrt{48}-30}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{12}-\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$ を計算せよ。

〔問2〕 二次方程式 $(3x+2)(x-1)=2(x+8)$ を解け。

〔問3〕 $4p^2-q^2-51=0$ を満たす自然数 p，q の値をすべて求めよ。

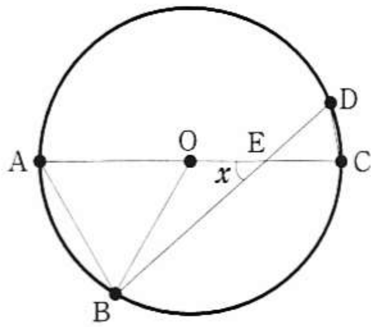
〔問4〕 右の図は，線分ACを直径とする円Oであり，2点B，Dは円Oの周上にある点である。

4点A，B，C，Dは右の図のように並んでおり，互いに一致しない。

点Bと点Dを結び，線分BDと線分ACの交点をEとする。

点Aと点B，点Cと点D，点Oと点Bをそれぞれ結ぶ。

∠AOB＝∠EDC，∠DCE＝80°のとき，x で示した∠OEBの大きさは何度か。



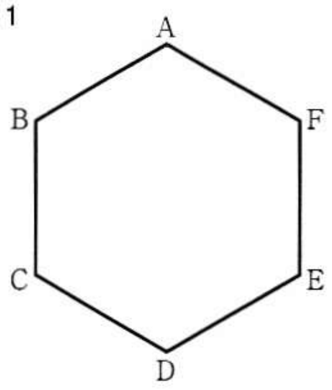
〔問5〕 1から6までの目の出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，$\dfrac{3}{a}+\dfrac{3}{b}$ の値が整数になる確率を求めよ。

ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までの目の出る確率はすべて等しいものとする。

2 右の**図1**は，正六角形ＡＢＣＤＥＦである。
1辺の長さが2cmのとき，次の各問に答えよ。

図1

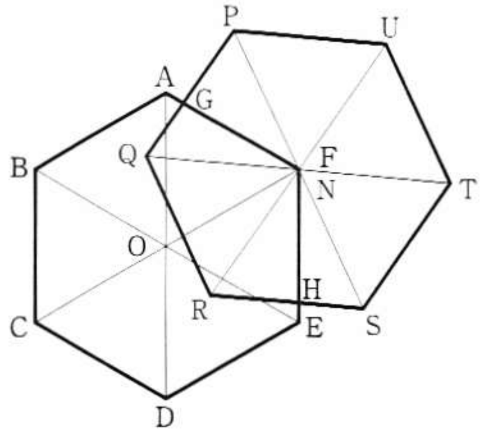


〔問１〕　解答欄に示した点Ｂと点Ｆをもとにして，正六角形ＡＢＣＤＥＦの辺ＡＢと辺ＡＦとなる線分をそれぞれ定規とコンパスを用いて作図し，点Ａの位置を示す文字Ａも書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

〔問２〕　**図1**の正六角形ＡＢＣＤＥＦにおいて，頂点Ａと頂点Ｄ，頂点Ｂと頂点Ｅ，頂点Ｃと頂点Ｆをそれぞれ結んだ場合を考える。
正六角形ＡＢＣＤＥＦの3つの対角線ＡＤ，ＢＥ，ＣＦは1点で交わり，その交点をＯとする。
1辺の長さ2cmの正六角形ＰＱＲＳＴＵを考える。
正六角形ＰＱＲＳＴＵにおいて，頂点Ｐと頂点Ｓ，頂点Ｑと頂点Ｔ，頂点Ｒと頂点Ｕをそれぞれ結ぶ。
正六角形ＰＱＲＳＴＵの3つの対角線ＰＳ，ＱＴ，ＲＵは1点で交わり，その交点をＮとする。
2つの正六角形は，それぞれ3つの対角線ＡＤ，ＢＥ，ＣＦと3つの対角線ＰＳ，ＱＴ，ＲＵによっていずれも6つの合同な正三角形に分けられる。
次の（1），（2）に答えよ。

（1）　右の**図2**は，点Ｎと頂点Ｆが一致して，辺ＡＦと辺ＰＱ，辺ＥＦと辺ＲＳはそれぞれ交わり，辺ＡＦと辺ＰＱの交点をＧ，辺ＥＦと辺ＲＳの交点をＨとした場合を表している。
ただし，2つの正六角形の頂点はいずれも一致しない。
2つの正六角形が重なる部分の五角形ＮＧＱＲＨの面積は$2\sqrt{3}$cm^{2}であることを説明せよ。

図2



（2）　点Ｏと点Ｎが一致して，∠ＡＯＰ＝30°の場合を考える。
2つの正六角形の重なる部分の面積は何cm^{2}か。

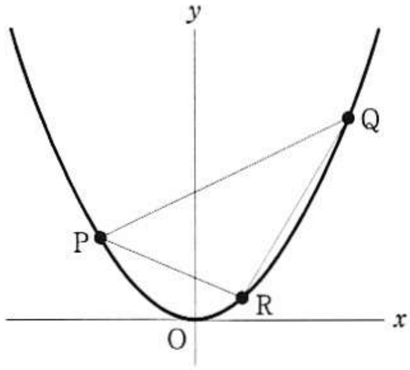
3 右の図は，点Oは原点，曲線は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

3点P，Q，Rは曲線上にある点で，点Pの x 座標を a，点Qの x 座標を b，点Rの x 座標を c とする。

ただし，$a<c<b$，$c=\frac{a+b}{2}$ であるとする。

点Pと点Q，点Qと点R，点Rと点Pをそれぞれ結ぶ。

原点Oから点（1，0）までの距離，および原点Oから点（0，1）までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。



〔問1〕 点Rと原点Oが一致し，PR＝QR，PQ：PR＝$2:\sqrt{5}$ を満たすとき，$b-a$ の値を求めよ。

〔問2〕 $b-a=4$ とする。
次の(1)，(2)に答えよ。

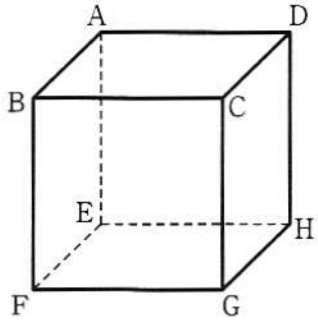
(1) △PQRの面積が 2cm^2 になることを説明せよ。

(2) $a=-1$ のとき，線分PQ上にあり，x 座標が2の点をMとする。
点Mを通り，△PQRの面積を2等分する直線の式を求めよ。

4 右の**図1**で，立体ＡＢＣＤ－ＥＦＧＨは，１辺の長さが20cmの立方体である。

次の各問に答えよ。

図1

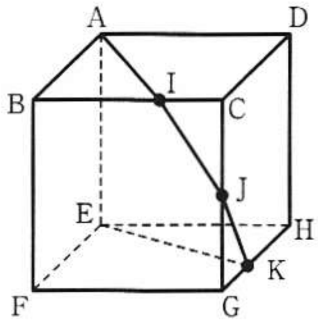


〔問１〕 右の**図2**は，**図1**において，辺ＢＣ，辺ＣＧ，辺ＧＨ上にある点をそれぞれＩ，Ｊ，Ｋとし，点Ａと点Ｉ，点Ｉと点Ｊ，点Ｊと点Ｋ，点Ｋと点Ｅをそれぞれ結んだ場合を表している。

ＡＩ＋ＩＪ＋ＪＫ＋ＫＥ＝ℓ cmとする。

ℓの値がもっとも小さくなるとき，ℓの値を求めよ。

図2



〔問２〕 **図1**において，点Ｐは頂点Ａを出発し，立方体の辺上をＡ→Ｂ→Ｃ→Ｇ→Ｈの順に毎秒２cmの速さで動き，40秒後に頂点Ｈに到達する点である。

点Ｑは点Ｐが頂点Ａを出発してから10秒後に頂点Ａを出発し，点Ｐと同じ順に同じ速さで動く点である。

点Ｒは点Ｑが頂点Ａを出発してから10秒後に頂点Ａを出発し，点Ｐと同じ順に同じ速さで動く点である。

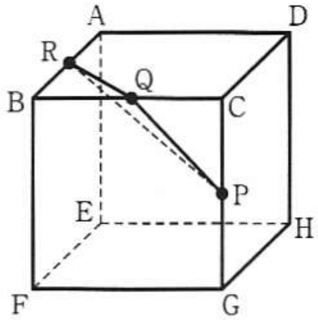
次の（1），（2）に答えよ。

（1） 右の**図3**は，点Ｐが頂点Ａを出発してから25秒後のとき，点Ｐと点Ｑ，点Ｑと点Ｒ，点Ｒと点Ｐをそれぞれ結んだ場合を表している。

△ＰＱＲの面積は何cm^2か。

ただし，答えだけではなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書け。

図3



（2） 点Ｓは点Ｒが頂点Ａを出発してから10秒後に頂点Ａを出発し，点Ｐと同じ順に同じ速さで動く点である。

点Ｐが頂点Ａを出発してから35秒後のとき，点Ｆと点Ｐ，点Ｆと点Ｑ，点Ｆと点Ｒ，点Ｆと点Ｓ，点Ｐと点Ｑ，点Ｑと点Ｒ，点Ｒと点Ｓ，点Ｓと点Ｐをそれぞれ結んだ場合を考える。

立体ＦＰＱＲＳの体積は何cm^3か。